

مقدمة في علم الإنسان الألي



إعداد : محمد يحيى محمد الصيلمي
قسم تكنولوجيا معلومات





كتاب يقدم نبذة مبسطه في على الإنسان الألي

شرح // محمد يحيى محمد الصيلمي .

لمن يريد النسخه الاصليه للاضافة او التعديل التواصل على الايميل :-
me_mo_ry_123@hotmail.com

هذا الكتاب مجاني و لا اريد منكم سوى الدعاء لوالدي بالمغفرة و طول العمر ، و لكل المؤمنين ، و لي بالتوفيق في ديني و دنياي و رحلت دراستي مع الحاسوب .



آلسلآمـ، عـليكمـ، ،،،

المقدمة ،،

أقدم هذا الكتاب المتواضع الى جميع طلاب
تكنولوجيا المعلومات، فالكتاب يحتوي على مقتطفات مبسطه عن علم
الانسان الألي ، و قد تم تدوين محتويته من بعض محاضرات التي قد درستها في
الجامعة ، و تحت إشراف من الأستاذ الفاضل / فاضل صلاح
فإن اصبت فمن الله ، و إن أخطأت فمني و من الشيطان
تقبلوا مني اطيب التحايا ... .

محمد يحيى محمد الصيلمي **MYS-ME**

بسم الله الرحمن الرحيم
الإنسان الآلي
(المحاضرة الاولى)

الروبوت :
وهو عبارة عن أداة ميكانيكية تقوم باداء المهام المبرمجة سلفاً ، إما بتحكم و إدارة من الإنسان او عن طريق برامج حاسوبية و يطلق على الإنسان الآلي [الإنسالة] .

← نظرة عامة على الروبوت الآلي :
- أن لا يكون يشبه الانسان .

هناك جدل حول التعريف للانسالة ، فهناك من يقول ان الانساله يجب ان تمتلك ذكاء إصطناعي و لها القره على تمييز الانماط و التعرف على النظم .
فالطيارة و السفن ذات التحكم عن بعد لا تعتبر انساله ، ولهذا السبب صنفت الانساله الى عدة اصناف منها الثابته العامله وهناك المتحركة المرنه وهناك الصنف الذكي ، وهناك العديد من الانسالات فمنها ما يستخدم في القطاع الصناعي يمكن تطويرها و اعادة برمجتها و بامكانها الحركه على ثلاثة محاور تستخدم في عدة اماكن مثل لحم المعادن و التقاط القطع و التركيب مثل السيارات .

- **الرؤيه الحاسوبيه :**

تمتاز جميع هذه الانسالات بما يسمى بالرؤيه الحاسوبيه مما يجعلها قادرة على فهم و تحليل الصور التي تستقبلها في حاسوب خاص ، فهناك انساله قادرة على التحكم مثل قيادة الطائره ، ومنها ما هو قادر على اعادة تصميم نفسه (تكبير و تصير حجمها) وتستخدم عادة في الانفاق الضيقه ، ومن انواع الانساله ما يقوم بالاعمال المنزليه مثل تعليم الاطفال وتسمى بالانساله الاجتماعيه .

← الإختبارات التي تمر بها الانساله :
1. ان يكون انسان مع انساله معزوله عنه ويسأل ، و في حالة عدم معرفة هذا الانسان هل هذه انساله ام انسان .
2. ان لا تعمل الانساله شي يضر الانسان .

- الاستنتاج : يمكن القول بان الانساله هو عباره عن جهاز يمكنها ان تحل محل الانسان في بعض المواقف و يتوقف شكل الانساله الخارجي حسب المهمه التي صممت من اجلها .

← تشريح الانساله :

الجزء	نبذه عن الوظيفه
المستشعرات (sensore)	يستخدم لمساعدة الانساله للتحسس للمؤثرات الخارجيه فالبعض منها قادر على تحسس الحراره و الاخرى الضغط و الضوء .
المعالج	عقل الانساله : وهو يعتبر العقل الالكتروني للاله و يستخدم لمعالجة البيانات و الريجسترات و الالكترونيات . و الذاكره : و هي عباره عن الاداه المسيطره على الانساله حيث تقوم بتميز الانماط الخارجيه للتعرف على الاشكال وتوجيه الانساله و يختلف المعالج من آله الى آخرى ، فهناك وحدات معالجه القابله للبرمجه مثال على ذلك : FPGAو PLG ، و ايضا يوجد معالجات تحتوي على نظم تشغيل كامله (اي ان المعالج مكلف بتحليل و فهم الخوارزميات) .
متحكم المحرك (Motor controller)	القدرة بالفولت في الانساله الصغيره من 4.5 فولت الى 36 فولت ، و اذا زاد على عن ذلك فنحتاج الى انظمه تبريديه .
المحرك	وهو الجزء المسؤول عن الحركه في الانساله و يستعمل المحركات او محركات الاحتراق ، و تختلف الطاقه المستخدمه في تحريك الانساله فقد تكون طاقه هوائيه او طاقه الكترونيه .
ادوات الاتصال	وهي نقاط تبادل المعلومات بين الانساله و العالم الخارجي ، و هناك انسالات لها القدره للتعامل مع الذبذبات التي تصل الى 2.4 جيجا هرتز (كما يمكن استقبال هذه الذبذبات عن طريق الاستقبال سلكياً او الاسلكياً) .
البرمجيات (البرامج)	و هي عباره عن برامج للسيطره و التحكم بحركات الانساله و إحداث سلسله من الحركات و التاثيرات المتناسقه .
البطاريات و ادوات الشحن	يمكن ان تكون خلايا شمسيه مربوطه بمحولات للطاقه و كذالك شاحنه صغيره لاعادة شحن البطارية .

← نظم الانساله :-

1. الانظمه البصريه للانساله .

وهو عباره عن كميرا تنقل المعلومات المرئيه الى البرمجيات بغرض تحليلها .
وتختلف العين حسب الانسالات ففي الانسالات المتطوره عباره عن كميرات فيديوا دقيقه و فائقه تفوق قدرتها 24 الف بيكسل و تستخدم غالباُ في الفضاء الخارجي .

2. اللغه الانسالية .

و هي الاذن و الصوت ، وهو عباره عن نظام تميز و تحليل الموجات الصوتيه التي تقوم بتحليل و محاكات فهم اللغات الطبيعيه .

- يوجد ايضاً برمجيات تميز المحادثات (speech recognition software) .

3. المستشعرات الانساليه .

هي نظم حسيه يقوم المستشعر بالتقاط نمط معين من البيانات التي يجب تحليلها بواسطة البرمجيات لانتاج ردة الفعل المناسبه و المبرمجه في الانساله .

- **امثله على المستشعرات :**

المستشعر	الوظيفه
جيروسكوب	يقيس دوران المركز حول المحور و مدى انحرافه عنه .
نظام التموضع العالمي	يستلم اشارات من الاقمار الصناعيه و غرضها تحديد البقعه الجغرافيه التي تتواجد بها الانساله .
مستشعر الليزر	يستخدم الليزر لقياس البعد عن جسم معين لغرض الاستدلال على الحواجز و العوائق .
مستشعر اللمس	الكشف عن اتصال الانساله لجسم خارجي كحائط او جسم داخلي كذراع الانساله .
مستشعر الضوء	يقيس مستوى الاضاءه من صفر % (معتم جدا) الى 100% (مضيء جداً) ، و ذلك بالاعتماد على ترانزستور ضوئي .

4. المؤثرات الانساليه .

تحتوي اذرع الانساله على نظام يقوم بعملية التغذيه الراجعه بين الايعاز (الادراك) الحسي و ردة الفعل الناتجه من ميكانكيات الاستجابه الاليه التي يقوم بتنطيمها وحدة المعالجه المركزيه ، كالاستجابه بالايعاز المرسله من قبل المستشعرات .
امثله على ذلك : الاذرعه الاليه المستعمله في صيانة المركبات الفضائيه .

5. الحركه الانساليه .

يقصد بذلك السيقان ، و تحوي سيقان الانساله المتطوره في بعض الاحيان على اكثر من 40 مستشعر و اداه ميكانيكيه هيدروليكيه و تقوم المستشعرات بصوره مستمره بقياس توزيع الضغط المسلط على السيقان و من اشهر الانسالات التي تستخدم ساقين ASIMO ، SIGMO .

(المحاضرة الثانيه)

الاتصال و التحكم

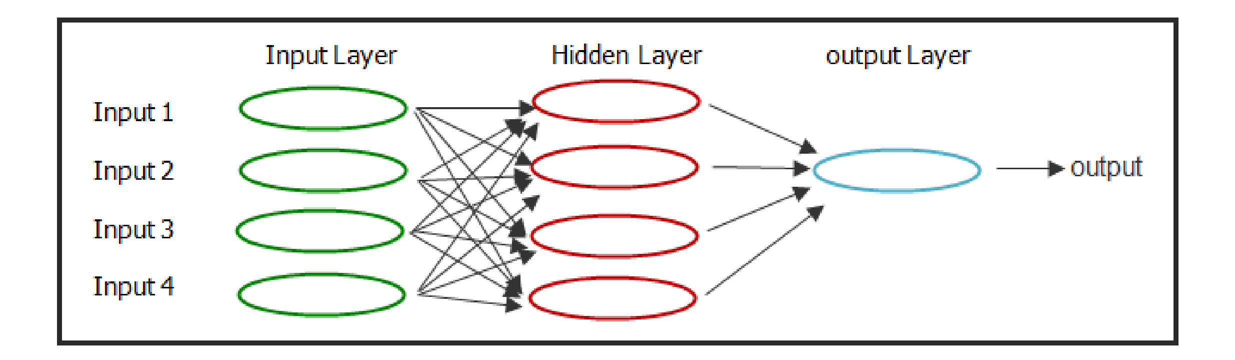
يمكن ان تكون اجهزة الاتصال و التحكم داخل الانساله في غاية التعقيد ، لهذا السبب اصبح لها علم مستقل لدراستها يسمى [**Cybernetic**] ، فجميع الاجهزه التي تعمل بالتحكم عن بعد و التي تحتوي على ذاكره او اجهزه حسيه او تعمل آلياً لابد ان تعتمد على نظام يقوم على التغذيه العكسيه (الراجعه) ، ولذلك لتحقيق التحكم الذاتي (ردة الفعل) .

← امثله على ذلك :

1. القذائف الموجهه على اهداف معينه (تحتوي على اجهزه حسيه) .
2. الغلايه الاليه ، تطفأ وتشغل نفسها آلياً عندما يغلي السائل الذي بداخلها .
3. مثبت آلي للحرارة (ثرموستات) .

← العقل الالكتروني للانساله :

يعتبر عقل الانساله الوحده المسيره له و التي تقوم بتنفيذ او حساب الخوارزميات المختلفه و التي تحتاجها الانساله لتنفيذ مهامها و تستعمل الشبكات العصبونيه (العصبيه) الاصطناعيه ، في برمجة العديد من الوظائف حيث ترتب بشكل طبقات و تحتوي كل طبقه على مجموعه من العصبونات التي تتصل بكافة او بعض العصبونات الموجوده في الطبقات التي تليها او تسبقها .



← الشبكه العصبونيه :

عباره عن شبكه مترابطه من عقد تعمل باسلوب يشبه الشبكه العصبونيه للدماغ البشري .

➔ الاجهزه و البرامج الجاهزه (المساعده) :

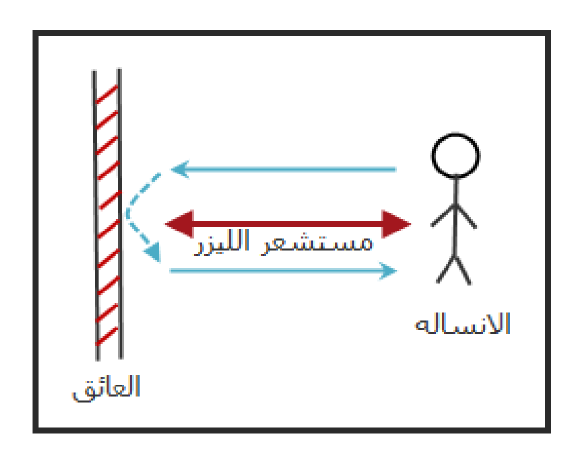
يطلق على الاجهزه و المعدات الاليه التي بداخل الانساله بالعتاد الصلب ، اما التعليمات و البيانات التي يتم ادخالها اليها (الاجهزة) يطلق عليها بالبرامج الجاهزه (software) ، تحتوي الانساله على جزء فقط من مجموع الاجهزه التي تكون وحدة كمبيوتر كامله .

مثال : الحاسبه الالكترونيه .

فمثلا : عند كتابة اي برنامج معين فان في البدايه يتم التصميم و التحليل (ماذا نريد من النظام ؟) .

اما بالنسبه للانساله يوجد القليل من الضوابط لتصميم البرمجيات و عتاد الحاسوب الخاص بالانساله .

مثال : الحواجز و العوائق ، في هذه الحاله يتم تصميم برنامج ليتعامل مع ليزر لقياس المسافه و في حالة وصوله الى العائق يقوم بالدوران .



➔ انواع الانساله :

1. إنسالة الابحاث :

و تنقسم بحد ذاتها الى أقسام آخرى : -

أ. الروبوتات الجزئيه (Nano Robot) :

الفكرة في ذلك صناعة روبوتات ذات احجام صغيرة جداً قد تصل الى 10^{-9} متر و قد تصل احجامها مثل حجم الفيروسات او البكتيرياء ، و تستخدم هذه الروبوتات في الجراحه الميكروسكوبيه .

ب. الروبوتات الطيّعه :

هي تلك الروبوتات ذا البنية السيلوكونيه و المشغلات المكانيكة المرنه (إما عضلات هوائيه او سوائل حديدية ، مثل الزئبق) و التي يمكن التحكم بها باستخدام الشبكات العصبونيه .

ج. روبوتات اعادة التشكل الذاتي :

و هي تلك الانسالات القادره على تغير شكلها (بنفسها) كي تتلائم مع مهمه معينه مثل الروبوتات التي صممة من اجل الانفاق الضيقه .

د. روبوتات الاسراب (الطوابير) :

وهي عبارة عن الاف من الروبوتات الصغيره التي صممت لتشبه في ادائها اسراب النمل و النحل و التي تتعاون مع بعضها البعض لتؤدي مهمة معينه .

امثله على ذلك : عمليات البحث ، عمليات التنظيف ، عمليات التجسس .

2. الانسالات الاهداف العامه المستقله :

هي روبوتات قادره على القيام بعدد من الاعمال بمفردها فهي تستطيع ان تتحرك تلقائيا في المناطق المعروفه لديها دون ارشاد من احد ، فمثلاً تتفاعل مع الابواب الالكترونيه و المصاعد و جهاز الانذار (روبوتات تستجيب للانذارات) او روبوتات تتعرف على الاشخاص و روبوتات تراقب الحاله المناخيه .

3. الانسالات المكرّسه :

و التي تقوم بعبئ كبير و هي تلك الروبوتات ذات الدقه الاكبر (التحمل و ذات الانتاجيه الاكبر و التي لها القدره على القيام بالعديد من المهام في آن واحد (المهام الثقيله) و الاعمال الشاقه) وتنقسم الى نوعين :

أ. روبوتات ذات الدقه الاكبر ، التحمل ، الانتاجيه الاكثر .

مثال :

- الروبوتات التي تستخدم في تركيب و صناعة السيارات (صانعات الالكترونيات) .
- روبوتات ذات الاعمال الخطيره :
  - الروبوتات المستخدمه في المصانع الانتاج النووي .
  - الروبوتات المستخدمه في استكشاف الالغام .
  - الروبوتات الخاصه بالبراكين و الزلازل .
- الاعمال القذرة :
  - المنازل و المجاري .
  - نقل الفضلات .

وهي تصنف تحت الروبوتات ذات التحكم عن بعد .

← التصنيف العام لانظمة الروبوت :-

- تصنف الى ثلاثة اقسام :

1. انظمة الروبوت المتحركه (Mobile Robot system):

وهي عبارة عن كتل متحركه ضمن نظام آلي و يختلف من انساله الى اخرى حسب الوظيفه التي صمم من اجلها ، بالاضافه الى برنامج حركة المسار ، مثل : الروبوتات المستخدمه في الانتاج الزراعي و البحث عن النفط .

2. انظمة الروبوتات للتحكم و المعلومات (inf and controll Robot):

وهي تلك الروبوتات التي تستخدم في طلب و نقل المعلومات على شكل اشارات (اي الروبوتات التي تستخدم المشتشعرات) .

3. انظمة الروبوتات المعالجه (Manipulation Robot System) :

و تنقسم الى عدة تصنيفات :-

(المحاضرة الثالثه)
يتبع المحاضره السابقه

أ- اجهزة الروبوتات المعالجة الاليه :

1- روبوتات ذات برامج ثابته .

وهي تعتبر روبوتات بدائيه لانها لا تمتلك نظام تحكم مبرمج و انما تقوم بنفس المهمة .

2- روبوتات قابله للبرمجة :

جيل الروبوتات الاول ، و هي تمتلك قيادة تتحكم في جميع الوصلات و نظام التحكم التابع لها يتكيف بسهوله مع عمليات يدويه متنوعه ، مثل : روبوت اللحام و آلات الصب ، و كما توجد صعوبه في نقل العمليات الى عمليات جديده و انما فقط يتم تطويرها في نفس المهمه .

3- **روبوتات التكيفية :**

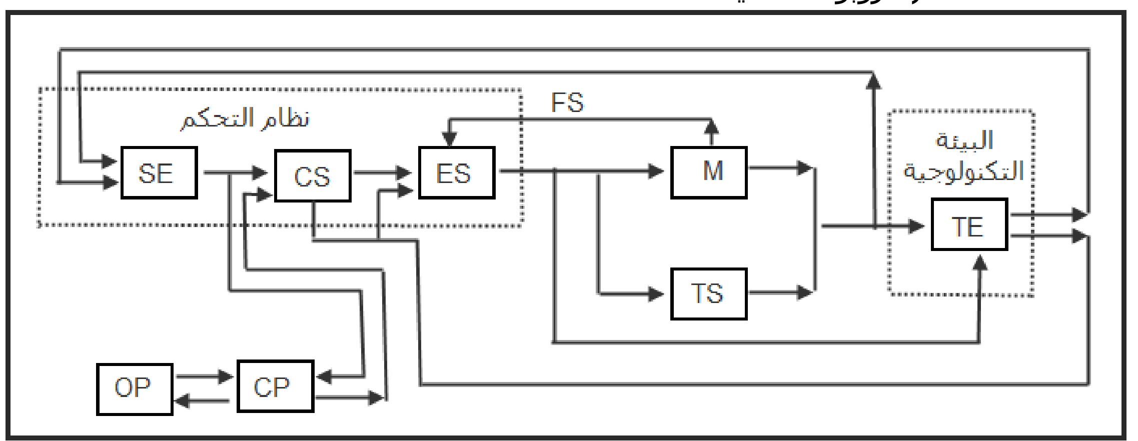
روبوتات الجيل الثاني و هي روبوتات تكيف نفسها باستقلالية الى درجة اعلى او ادنى مع الشروط و ظروف البيئه المحيطه بها (معنى ذلك انها مجهزه بحساسات تكيفيه مع الموقف او الظروف الخارجيه) ، مثل : مستشعر الحراره ، و مستشعر الرطوبه .

و كما يوجد لها نظام معالجه معلومات متطورة هدفه توليد اشارات تحكم ملائمه .

4- **الروبوتات الذكية .**

الجيل الثالث ، و تمتلك حساسات متنوعه ، مع حاسوب دقيق و متطور لمعالجة المعلومات ، و يختلف عن باقي الانواع في انها تحتوي على عناصر الذكاء الصناعي (اي ان بمقدورها تحليل المهام و صنع القرار حسب الخوارزميات المعطاه لها و بدون تدخل الانسان) .

← المخطط العام للروبوتات الآلية :



M = اليد الآليه | ES = نظام الاخراج | CS = نظام الحاسوب | TS = نظام النقل
CP = لوحة اوامر التحكم | TE = البيئة التكنولوجيه | OP = المشغل |
SE = عناصر حساسه | FS = نظام الاستجابة العكسية .

في المخطط الروبوتات من الجيل الثاني و الثالث تستخدم الحساسات وهو ما يقصد به المستشعرات ، وتتزود روبوتات الجيل الثاني بحساسات اللمس و ايضاً حساسات تحديد المواقع ، اما روبوتات الجيل الثالث فتضاف اليها ميزة آخرى وهي وجود نظام الرؤيه التقنيه و الذي يشكل مع المعالج الحاله الاكثر تكاملاً او تطابقاً الى درجةٍ معينه مع التصرف المنطقي للانسان و لذلك سميت بالروبوتات الذكيه بالاضافه الى اضافة الذكاء الاصطناعي لها .

ب- الروبوتات ذات التحكم عن بعد :

1- معالجات التحكم المباشر .
وهي تحتوي على عامل تشغيل بشري ، يتحكم عن بعد بكل مفصل للمعالج وذلك من خلال لوحة المفاتيح او عصا القيادة و هي تعتبر قياده كهربائيه (اي انتقال الاشاره الكهربائيه) .

2- معالجات القائد و المقاد .
يتحكم بها العامل البشري عن بعد - بمسافه امنه – يعني دائماً تكون في مناطق خطره ، و تتحكم بحركة كل مفصل و تنتقل الى المفاصل الآخرى و هذا هو الفرق بينها و بين الأول ، و تتواجد عادةً ضمن البيئه النوويه .

3- روبوتات التحكم الاشرافي .
يشرف الانسان على هذه الروبوتات من مسافه و يرسل فقط اشارات مستقله توافق البرامج لعمل الروبوتات .

4- روبوتات التحكم الحِواري .
← الفرق بينه و بين النوع السابق ؟
في انها لا تتلقى الاوامر فحسب بل تقول بإدراك الحاله و صنع القرار (اي انها تحتوي على الذكاء الصناعي) .

5- الروبوتات النصف آليه .
و يتم التحكم بها عن طريق لوحة المفاتيح المسيطره بها عن طريق الانسان سواء كانت يدويه او مرتبطه بالأرجل ، فما الذي يحدث فيها ؟
تنتقل الاشاره الكهربائيه من عصا القياده بواسطة حاسب خاص الى جميع أعضاء الروبوت .

ت- روبوتات التحكم اليدوي :

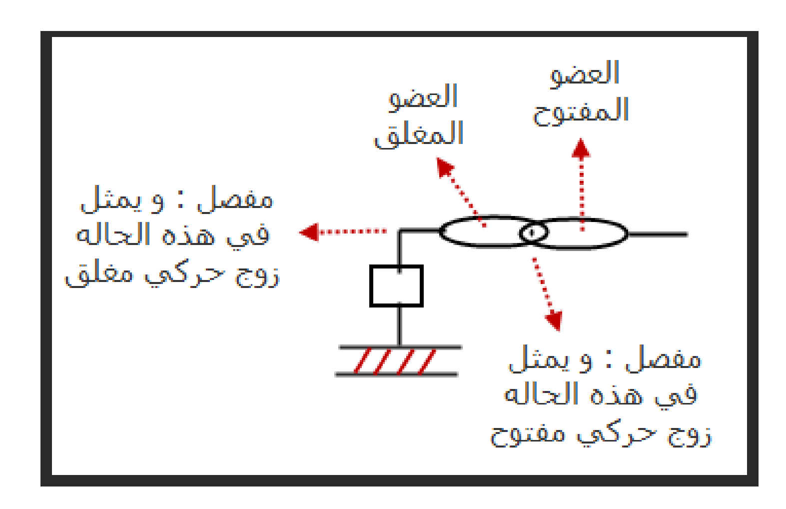
وهي روبوتات التحميل و التفريغ و العمل الشاق .

1- المعالج المفصل المتوازن .
عباره عن اليه باجزاء متعدده مُقاده بواسطة مفاصل و التي تكون في حالة توازن مع الحمل الذي تحمله .

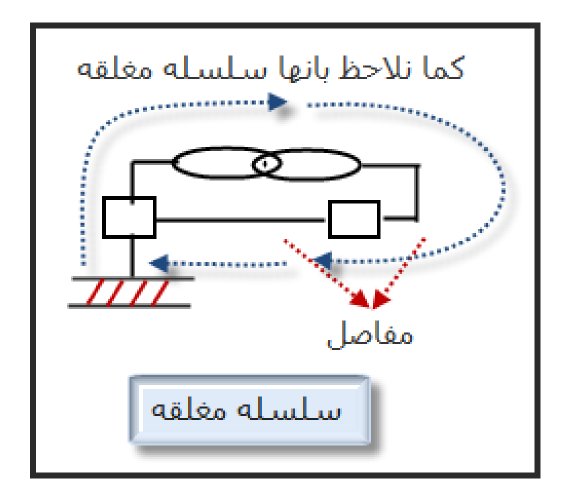
2- الذراع الآلي الهيكلي .
هي عباره عن روبوتات متعدده الاجزاء متصله مع اجزاء الذراع البشري او الساق البشري .
مثال: الجهاز المستخدم مع المكاسيح (المعاقين الذي ليس لديهم ارجل او ايدي)

➔ المميزات العامه لاليات الروبوت و تصنيفها :
من جهة :
1. الاليات الفعاله في الروبوتات :
هي سلاسل حركيه معقده ذات بنيه متعددة و تمتلك العديد عدد كبير من الاعضاء يمكن ان يكون البعض منها باطوال مختلفه و بدرجات متحكم بها من الحريه و التي يطلق عليها (درجة الحريه = degree of freedom) فكلما زات عدد المفاصل في العضو في الاله فإنها تزيد من درجة التحكم بها .

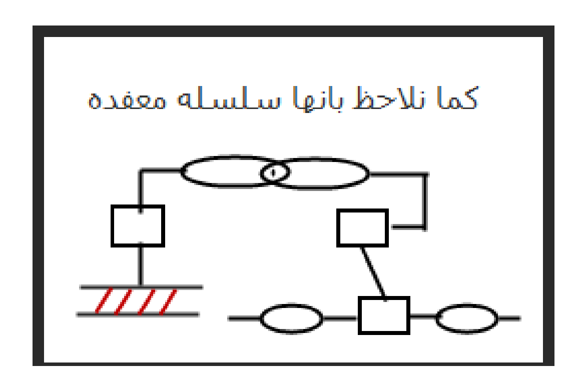
➔ تقسم الاليات الفعاله وفقاً لعدد السلاسل الحركيه :
1. بسيطه :
أ. سلاسل حركيه مفتوحه :
يعني ان العضو الاخير يدخل في زوج حركي واحد فقط .
الزوج الحركي : ويعني بذلك وجود عضوين متصلين بمفصل و في هذا النوع يكون احد العضوين متصل بعضو واحد فقط و العضو الاخر متصل بعضوين او يكون مثبت .



ب. السلاسل الحركيه المغلقه :
يدخل كل عضو في زوجين حركيين و غالباً العضو الاول يثبت في قاعده .



2. السلاسل الحركيه المعقده :
و تتضمن عدد من السلاسل البسيطه .



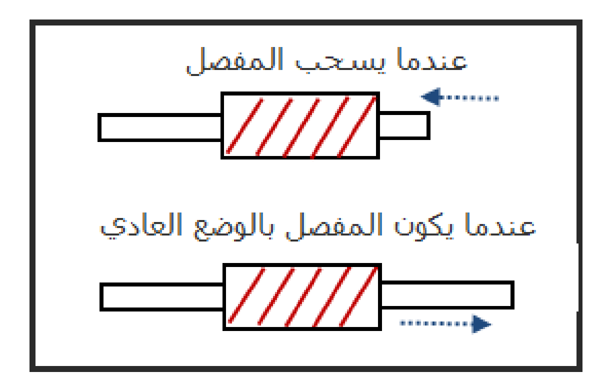
و تدخل اعضاء الروبوت المستقله في ثلاثه او اكثر من الازواج الحركيه .

و تنقسم الى قسمين :
أ. سلاسل متفرعه : و هي تتضمن سلاسل بسيطه مفتوحه .
ب. سلاسل المجمعه : و هي تتضمن كلا النوعين سواء مفتوحه ام مغلقه و لذلك سميت بالمجمعه .

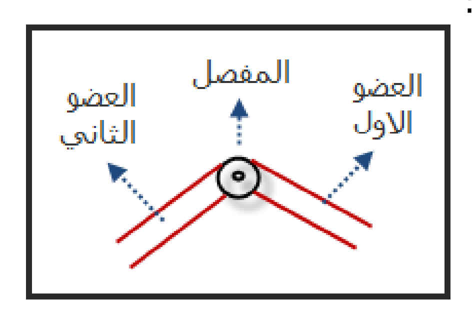
ث- تنقسم الاليات اعتماداً على التقيدات الحركيه المفروضه على الاطراف النهائيه الى نوعين :
1. حره (مفتوحه) : و هي المتصله بعضو واحد .
2. متصله (مغلقه) : و هي المتصله بعضوين ، او قد يكون مثبت على قاعده من جهه و متصل بعضو من جهه اخرى .

➔ انواع الازواج الحركيه (حركة المفاصل) :

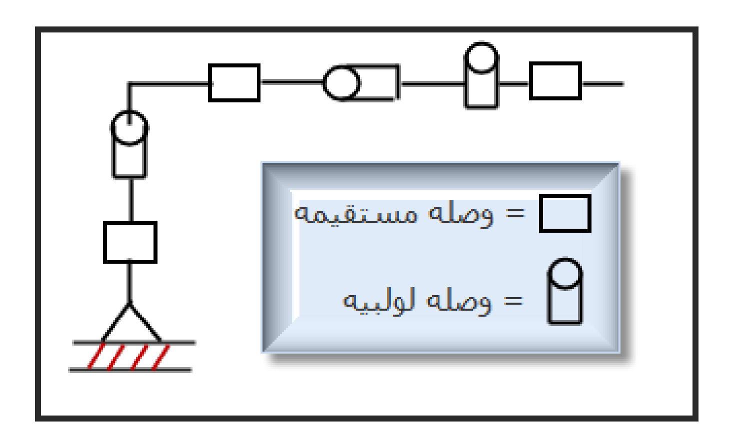
1. مفصل انسحابي :



2. مفصل دوراني :



مثال : احسب عدد الازواج الحركيه في الشكل التالي :



الحل : يوجد سته مفاصل (ازواج حركيه) .

المحاضره الرابعه

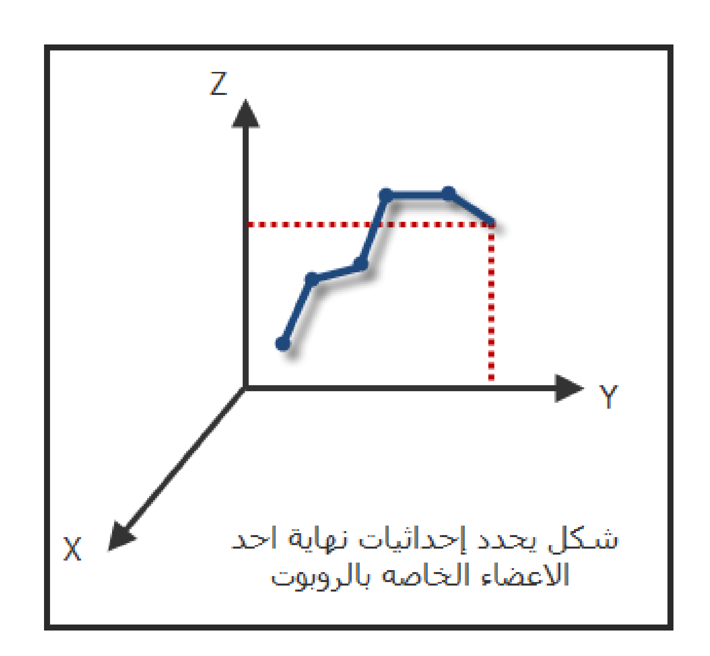
نظام إحداثيات الروبوت

تعاريف :

1. اليد الآلية : عادةً تتكون اليد الالية من عدد من الأجزاء الصلبة مرتبطه مع بعضها البعض بمفاصل يمكن أن تكون دورانية أو إنسحابية .
2. الوصلة : هي عبارة عن قطعة صلبة تتميز بثوابيتها الديناميكية و الحركية .
3. الزروج الحركي : يتألف من وصلتين حركيتين متصلتين بفصل و يكون الزوج الحركي معبراً عن درجة حرية واحدة .
4. السلسلة الحركية : تتالف السلسلة الحركية من مجموعة من الوصلات الحركية .
5. إحداثيات المفاصل : يتم في المفاصل الدائرية تمثيل إحداثيات المفاصل بزاوية الدوران بينما في المفاصل المنزلقة (الإنسحابيه) فيتم فيها بالإنزياح حول المفصل.

← و يرمز لإحداثيات المفاصل بـ $q = [\ q_1 , q_2 , \ldots , q_n\ ]$

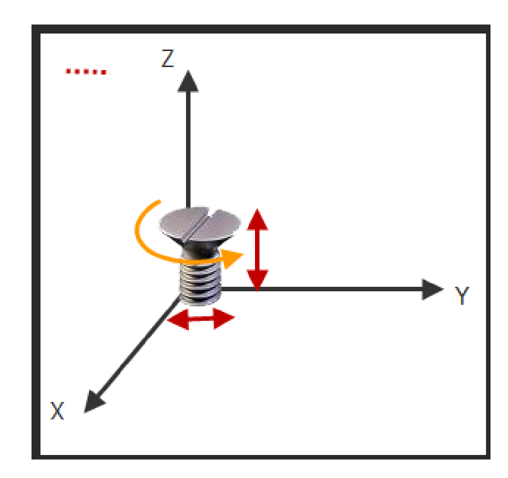
6. الإحداثيات الخارجية : تعبير عن وضعية نهاية المؤثرات و اتجهاها بالنسبه لجملة من الإحداثيات الثابته .



شكل يحدد إحداثيات نهاية احد الاعضاء الخاصه بالروبوت

- و ووضعية اليد الالية توصف بالإحداثيات الديكارتية (x , y , z) و ايضاً توصف بأنماط زوايا الاتجاهات بالنسبه للجسم الواقع في مجال عمل الروبوت .

مثال على ذلك : في عملية تركيب البرغي يتحم تحديد احداثياته و التي تمثل – الطول و العرض و الارتفاع – بالاضافة الى ذلك إتجاه دوران البرغي ، كما في الشكل التالي :



و يتحدد الإتجاه بإستخدام زوايا طويلة زاوية الدوران (θ) و زاوية التراوح ($\emptyset$) و زاوية الميل (φ) .

$$X_0 = [\, x , y , z , \varphi , \emptyset , \theta \,]$$

- ← شعاع الإحداثيات الخارجية الذي يصف وضعيت الروبوت و الإتجاة .
- ← المسئلة الحركية المباشرة : تمثل العلاقة المباشرة بين الإحداثيات الخارجية و إحداثيات المفاصل .

الإحداثات الخارجية   إحداثيات المفاصل الدالة

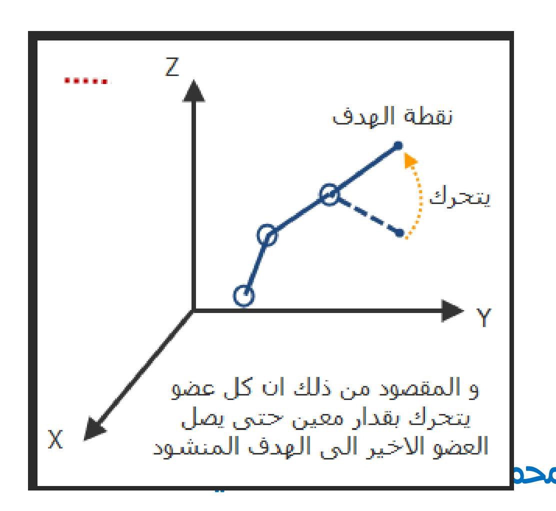
$$X_0 = f(q)$$

- ← الحركة العكسية :و تمثل العلاقة بين إحداثيات المفاصل بالنسبه للإحداثيات الخارجية .

$$q = f(X) - f(y)$$

7. الوضعية و الإتجاه : لكي يتم إنجاز المهام يجب على الروبوت أن يصل الى اي نقطة في مجال عملة و أن يصلها في أي اتجاه إختياري .

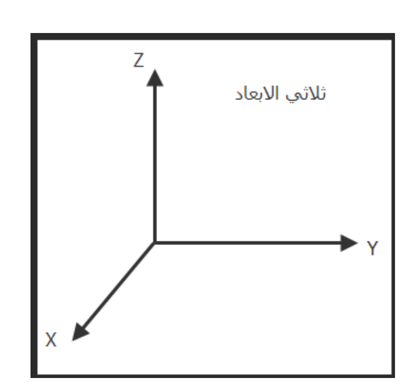
مثال : في عملية حمل البرغي ، فلا يقتصر بحمله بل بتحديد الثقب المراد ادخال البرغي فيه ، كما في الصورة التالية :

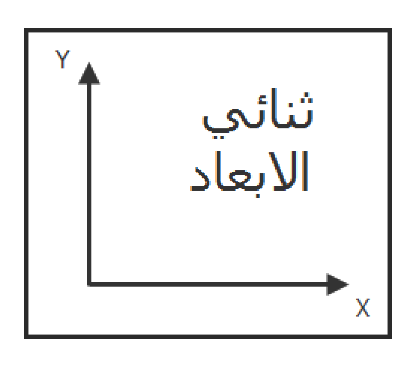


8. نظام الإحداثيات :

- كيف يتم تحديد نقطة على نظام الإحداثيات ؟

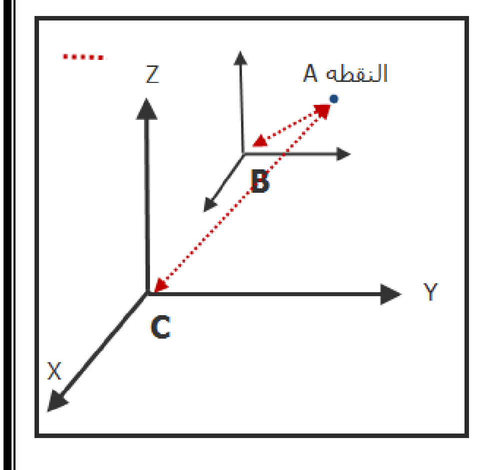
يوجد إحداثيات ثنائية الأبعاد و ثلاثية الابعاد ، و الشكلين التاليان يمثلان كيفية الرسم .





مثال (1) : اوجد ، اذا كان لدينا نقطة (B) معلوم إحداثياتها بالنسبه لنظام الإحداثيات (C) و النقطة (A) معلوم إحداثياتها بالنسبه لنظام الإحداثيات (B) اوجد إحداثيات (A) بالنسبه لنظام الإحداثيات (C) .

الحل :



بما ان النقطة B معلومة بالنسبة لنظام الإحداثيات C فإن :

$$C_B = [\ C_{X_B}\ ,\ C_{Y_B}\ ,\ C_{Z_B}\ ]$$

بما ان النقطة A معلومة بالنسبة لنظام الإحداثيات B فإن :

$$B_A = [\ B_{X_A}\ ,\ B_{Y_A}\ ,\ B_{Z_A}\ ]$$

∴ النقطة A بالنسبة لنظام الإحداثيات C كالتالي :

$$C_A = C_B + B_A = [\ C_{X_B} + B_{X_A}\ ,\ C_{Y_B} + B_{Y_A}\ ,\ C_{Z_B} + B_{Z_A}\ ]$$

مثال : اوجد إحداثيات النقطة A بالنسبة لـ B ، و اوجد إحداثيات النقطة B بالنسبة لـ C

حيث أن : A (5 , 3 , 4) ➔ B و B (10 , 2 , 3) ➔ C

الحل : باستخدام القانون الذي قمنا باستنتاجه فإن الناتج هو (7 , 5 , 15) .

المحاضرة الخامسة

أثناء الحركة فهناك شيئين يجب مراعاتهما من اجل تحديد وضعية الإحداثيات الديكارتية :

1. **وضعية اليد الآلية :**

و المقصود بالإحداثيات الديكارتية هي (X , Y , Z) .

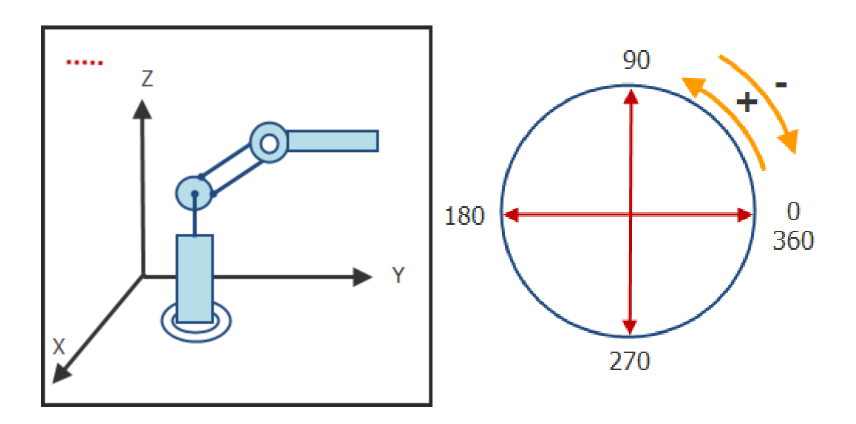
2. **اتجاة اليد الآلية** :

يتم تحديد إتجاه اليد الآلية عن طريق زوايا اويلر ، حيث :

أ-   **زاوية الدوران** (Roll) : تمثل عملية الدوران حول المحور Z .

ب- **زاوية التراوح** (Pitch) : تمثل عملية الدوران حول المحور Y .

ت- **زاوية الميل** (Yaw) : تمثل عملية الدوران حول المحور X .

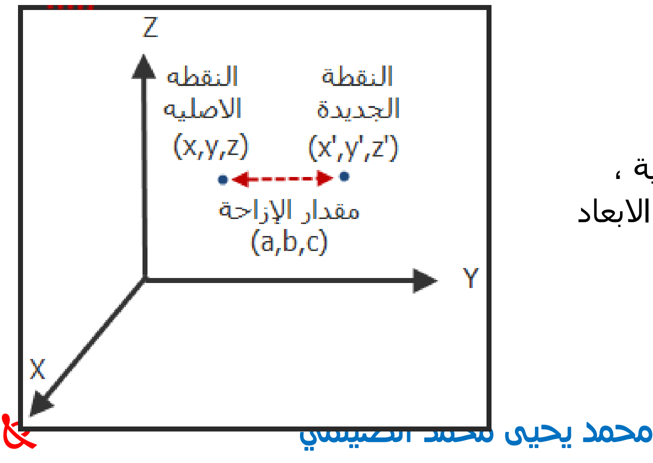


🡐 حيث الدوران عكس عقارب الساعة يكون بالإتجاه الموجب و عندما تكون مع عقارب الساعة تكون بالاتجاة السالب .

🡐 نظام الإحداثيات و التحويلات الهندسية :

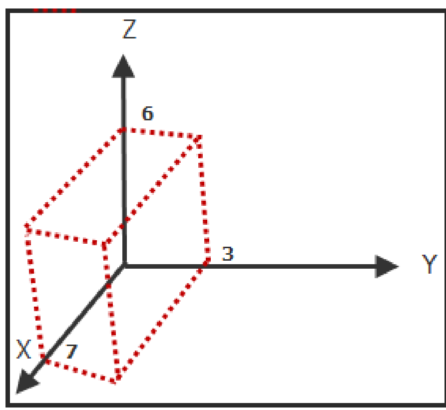
هي تلك العمليات التي تطبق على الوصلات الحركية للنسان الآلي سواء من حركة إنسحابية او دوران .

(1) الحركة الانسحابية (بدون دوران) : وهو عملية إضافة إزاحه معينه الى نقاط وصلت اليد الآلية .



و تسمى هذه العملية ، عملية النقل الثلاثية الابعاد

سؤال : اوجد ناتج الحركة الإنسحابية (النقل الثلاثي الابعاد) للنقطة (7, 3 , 6) اذا تم إضافة إزاحة مقدارها (3 , 6 , 4) .



الحل :

X′ = X + A ; Y′ = Y + B ; Z′ = Z + C

X′ = 7 + 4 ; Y′ = 3 + 6 ; Z′ = 6 + 3

اذاً : (X′ , Y′ , Z′) = (11 , 9 , 9)

سؤال : اوجد موقع النقطة الأصلية (X , Y , Z) إذا كان موقع النقطة الجديدة هو (4 , 12 , 10) و مقدار الإزاحة هو (7 , 2 , 6) ؟

الحل :

X′ = X + A ; Y′ = Y + B ; Z′ = Z + C

10 = X + 6 ; 12 = Y + 2 ; 4 = Z + 7

X = 4 ; Y = 10 ; Z = -3

اذاً : (X , Y , Z) = (4 , 10 , -3)

---

(2) الدوران الثلاثي الابعاد :

أ- زاوية الدوران (محور الدوران) : وهو ينقسم الى ثلاثة أقسام :

1. الدوران حول المحور (Z) - زاوية الدوران - :

المعادلات العامة :

$$X' = X\cos\theta z - Y\sin\theta z$$
$$y' = X\sin\theta z + Y\cos\theta z$$
$$Z' = Z$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta z & -\sin\theta z & 0 \\ \sin\theta z & \cos\theta z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة — مصفوفة الدوران حول المحور Z — النقاط الأصلية

و التي تمثل بالعلاقة التالية :

$$P' = Rot(Z, \theta z).P$$

ملاحظة : عند ضرب المصفوفات يجب ان تكون عدد الأعمدة في الأول تساوي عدد الصفوف في الثاني .

مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (7 , 5 , 2) بزاوية مقدارها 90 درجة حول المحور Z و بالإتجاه الموجب .**

الحل :

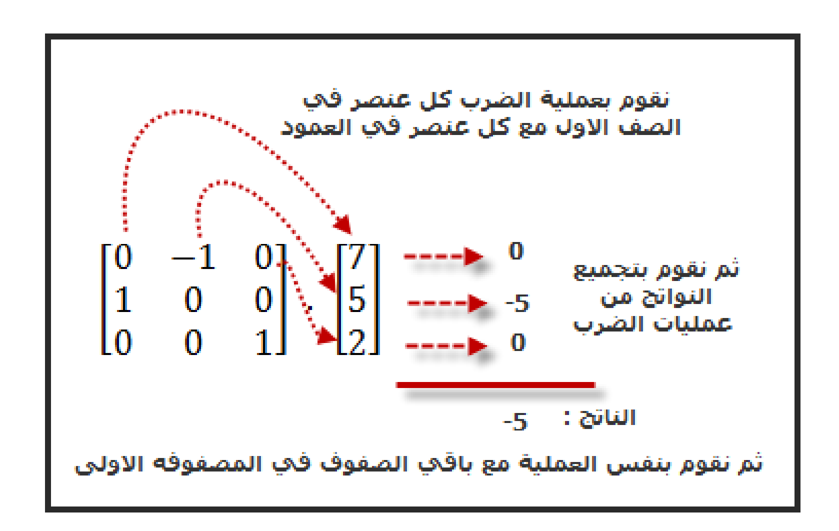
← المعطيات : (7 , 5 , 2) = (7 , 5 , 2) ، بالاتجاه الموجب ، $\theta z = 90°$

إذاً :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta z & -sin\theta z & 0 \\ sin\theta z & cos\theta z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0-5+0 \\ 7+0+0 \\ 0+0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

شرح طريقة ضرب المصفوفات ،



سؤال: **اوجد النقطة الأصلية اذا علم أن النقطة الجديدة بعد عملية الدوران (2 , 7 , 5-) و زاوية الدوران 90 درجة بالإتجاه الموجب حول المحور Z .**

الحل :

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y \\ X \\ Z \end{bmatrix}$$

اذاً النقاط الاصليه هي (2 , 5 , 7) .

---

2. **الدوران حول المحور الصادي - زاوية التراوح** - :

المعادلات العامة :

$$X' = \boldsymbol{X} cos\boldsymbol{\theta}y - \boldsymbol{Z} sin\boldsymbol{\theta}y$$
$$Z' = \boldsymbol{X} sin\boldsymbol{\theta}y + \boldsymbol{Z} cos\boldsymbol{\theta}y$$
$$Y' = Y$$

$$P' = Rot(Y, \theta y) . P$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta y & 0 & -sin\theta y \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\theta y & 0 & cos\theta y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة   مصفوفة الدوران حول المحور Y   النقاط الأصلية

مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (11 , 4 , 10) بزاوية مقدارها 180 درجة حول المحور الصادي و بالإتجاه الموجب .**

الحل :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta y & 0 & -sin\theta y \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\theta y & 0 & cos\theta y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -10+0+0 \\ 0+4+0 \\ 0-0-11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 4 \\ -11 \end{bmatrix}$$

اذا النقطة الجديدة هي : (11- , 4 , 10-)

- المحاضرة السادسة -

3. الدوران حول المحور السيني - زاوية التراوح - :

المعادلات العامة :

$$Y' = \boldsymbol{Y}cos\boldsymbol{\theta}x - \boldsymbol{Z}sin\boldsymbol{\theta}x$$
$$Z' = \boldsymbol{Y}sin\boldsymbol{\theta}x + \boldsymbol{Z}cos\boldsymbol{\theta}x$$
$$X' = X$$

$$P' = Rot(X, \theta x). P$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta y & -sin\theta y \\ 0 & sin\theta y & cos\theta y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة   مصفوفة الدوران حول المحور X   النقاط الأصلية

مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (4 , 3 , 6) بزاوية مقدارها 90 درجة حول المحور السيني و بالإتجاه الموجب .**

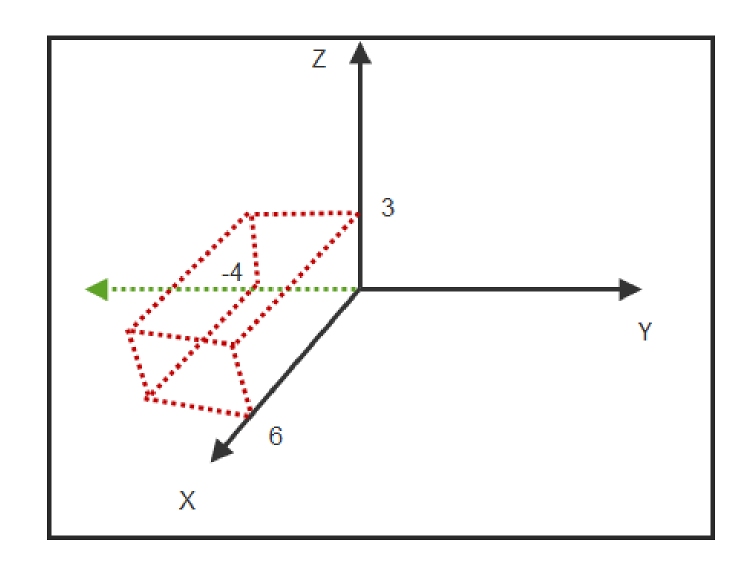
الحل :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta y & -sin\theta y \\ 0 & sin\theta y & cos\theta y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6+0+0 \\ 0+0-4 \\ 0+3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

← اذا النقطة الجديدة هي : (3 , 4 -, 6)



مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (3 , 9 , 7) حول المحور السيني بزاوية مقدارها 180 درجة و بالإتجاه الموجب .**

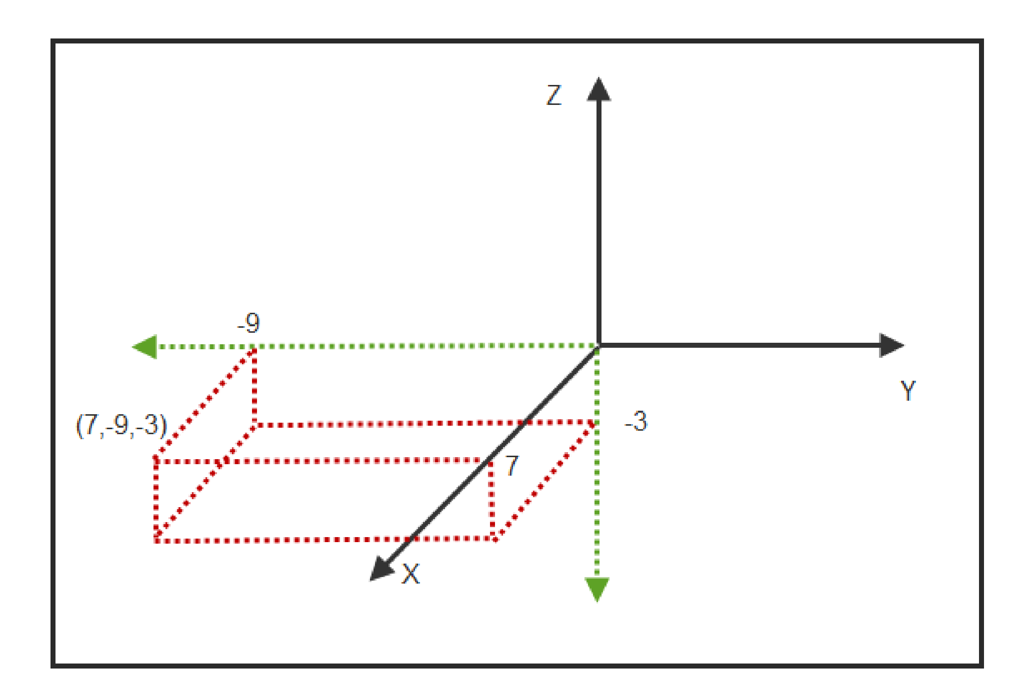
الحل :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta y & -sin\theta y \\ 0 & sin\theta y & cos\theta y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7+0+0 \\ 0-9+0 \\ 0+0-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}$$

← اذا النقطة الجديدة هي : (3- , 9 -, 7)



نظام الإحداثيات المتجانسة

تستخدم الإحداثيات المتجانسة عندما نريد تطبيق عدد من التحويلات الهندسية (الحركة الانسحابية و الدورانية) في آن واحد .

- قانون الحركة الانسحابية (نقل نقطة معينه باضافة ازاحه معينه) :

X′ = X + A ; Y′ = Y + B ; Z′ = Z + C

- اما مصفوفة الانسحاب للقانون السابق فتمثل بالشكل التالي :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & B \\ 0 & 0 & 1 & C \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

و بما أن عند ضرب المصفوفات يجب ان تكون القيم متساوية (عدد الاعمدة و عدد الصفوف) لذلك سيتم إضافة قيمه افتراضية = 1 و سيتم إضافتها الى جميع نقاط الوصله الالية ، و لكن يجب التنبيه بانها لن تؤثر على الناتج و انما فقط تساعد على عملية الضرب و القانون التالي يمثل عملية الإضافة .

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & B \\ 0 & 0 & 1 & C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

1- الدوران حول المحور Z في نظام الإحداثيات المتجانسة :

المعادلات العامة :

$$\begin{gathered} X' = \boldsymbol{X}\boldsymbol{cos\theta}\boldsymbol{z} - \boldsymbol{Y}\boldsymbol{sin\theta}\boldsymbol{z} \\ y' = \boldsymbol{X}\boldsymbol{sin\theta}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{Y}\boldsymbol{cos\theta}\boldsymbol{z} \\ Z' = Z \end{gathered}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta z & -sin\theta z & 0 & 0 \\ sin\theta z & cos\theta z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة   مصفوفة الدوران حول المحور Z   النقاط الأصلية

2- الدوران حول المحور Y في نظام الإحداثيات المتجانسة :

المعادلات العامة :

$$X' = \boldsymbol{X} cos\boldsymbol{\theta} y - \boldsymbol{Z} sin\boldsymbol{\theta} y$$
$$Z' = \boldsymbol{X} sin\boldsymbol{\theta} y + \boldsymbol{Z} cos\boldsymbol{\theta} y$$
$$Y' = Y$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta y & 0 & -sin\theta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sin\theta y & 0 & cos\theta y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة   مصفوفة الدوران حول المحور Y   النقاط الأصلية

3- الدوران حول المحور X في نظام الإحداثيات المتجانسة :

المعادلات العامة :

$$Y' = \boldsymbol{Y}cos\boldsymbol{\theta}x - \boldsymbol{Z}sin\boldsymbol{\theta}x$$
$$Z' = \boldsymbol{Y}sin\boldsymbol{\theta}x + \boldsymbol{Z}cos\boldsymbol{\theta}x$$
$$X' = X$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta x & -sin\theta x & 0 \\ 0 & sin\theta x & cos\theta x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

النقاط الجديدة — مصفوفة الدوران حول المحور X — النقاط الأصلية

مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (6 , 3 , 4) بالعمليات التالية :**

1- دوران هذه النقطة حول المحور Z بزاوية 90 درجة بالاتجاه الموجب .

2- انساب النقطة بازاحة مقدارها (4 , 3 , 2) .

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

النقاط الاصلية — مصفوفة النقل (الانسحاب) — مصفوفة الدوران حول المحور Z — النقاط الأصلية

- اولا نضرب الجزء الاول (النقاط الاصلية × مصفوفة Z) ثم (المصفوفة الناتج من الضرب السابق × مصفوفة الانسحاب) .

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- قد تكون اكثر من مسألتين و تظهر لنا اكثر من مصفوفتين و نقوم بحلها مثل السابقة و ذلك بضرب المصفوفات جزء جزء من اليمين الى اليسار .

- مراجعة -

مثال : **اوجد ناتج دوران النقطة (4 , 3 , 5) بالعمليات التالية :**

1- انسحاب بازاحة مقدارها (3 , 2 , 5) .
2- دوران حول المحور السيني بزاوية مقدارها 90 درجة بالاتجاة الموجب .
3- انسحاب بازاحة مقدارها (6 , 1 , 2) .
4- دوران حول المحور Z بزاوية مقدارها 90 درجة بالاتجاة الموجب .

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

المسألة 4 — المسألة 3 — المسألة 2 — المسألة 1 — النقاط الاصلية

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 \\ -7 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ -6 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix}$$

← اذاً النقطة الجديدة : (11 , 12 , 6) .

مثال : **اوجد ناتج دوران تأثر النقطة (5 , 3 , 4) بالعمليات التالية :**

-1 دوران حول المحور Z بزاوية مقدارها 180 درجة بالاتجاة الموجب .

-2 انسحاب بازاحة مقدارها (3 , 2 , 6) .

-3 دوران حول المحور Y بزاوية مقدارها 45 درجة بالاتجاة الموجب .

-4 انسحاب بازاحة مقدارها (3 , 2 , 6) .

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & -0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

المسألة 4 المسألة 3 المسألة 2 المسألة 1 النقاط الاصلية

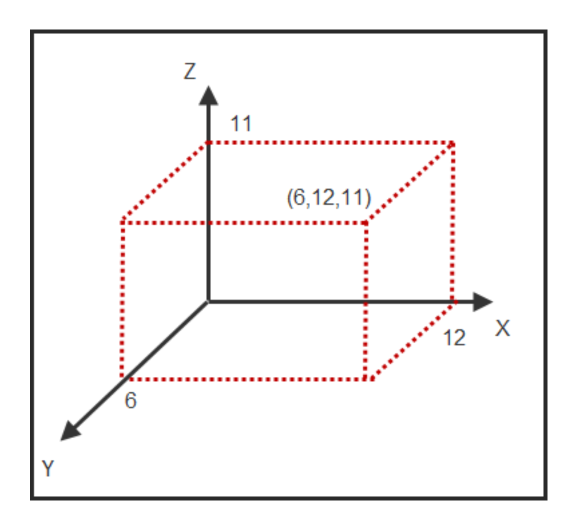
$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & -0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & -0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 4.2 \\ -1 \\ 1.4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.6 \\ 1 \\ 2.4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

← اذاً النقطة الجديدة : (11 , 12 , 6) .



مثال : أوجد النقطة الأصلية للنقطة الجديدة (7- , 3- , 5) إذا علمت أن النقطة تأثرت بدوران حول المحور Z بزاوية مقدارها 45 درجة .

$$\begin{bmatrix}5\\-3\\-7\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.7 & -0.7 & 0\\0.7 & 0.7 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}X\\Y\\Z\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}5\\-3\\-7\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.7X-0.7Y\\0.7X+0.7Y\\Z\end{bmatrix}$$

$0.7X - 0.7Y = 5$ ➔ 1

$0.7X + 0.7Y = -3$ ➔ 2

$$X = \frac{5+0.7Y}{0.7}$$ ➔ 3

بتعويض المعادلة 3 في المعادلة 2 :

عملية الجمع و التي تساوي 1.4

$$0.7\left(\frac{5+0.7Y}{0.7}\right) + 0.7Y = -3$$

نختصر

$$5 + 1.4Y = -3$$

$$1.4Y = -8$$

$$Y = \frac{-8}{1.4}$$

$$Y = -5.7$$

← و لايجاد قيمة X نعوض بقيمة Y في المعادلة رقم 3 :

$$X = \frac{5 + 0.7(-5.7)}{0.7}$$

$$X = 1.4$$

← اذاً النقطة الجديدة : (1.4 , -5.7 , -7) .

- المحاضرة التاسعة -

الحركة الانسحابية العكسية :

قانون العام لها :

← الحركة الانسحابية العكسية :

$$X' = X - A$$
$$Y' = Y - B$$
$$Z' = Z - C$$

← الحركة الانسحابية :

$$X' = X + A$$
$$Y' = Y + B$$
$$Z' = Z + C$$

كما نلاحظ بان القانون الجديد الذي في الجهة اليمين عكس القانون القديم و الذي يمثل عملية الجمع .

الحركة الانسحابية العكسية : هو إعادة النقطة الجديدة بعد عملية الإنسحاب إلى وضعها الأصلي .

مثال1 : أعد النقطة (2 , 5 , 7) الى موضعها الأصلي إذا علمت أن النقطة تأثرت بحركة إنسحابية بإزاحه مقدارها (3 , 2 , 3) .

X′ = 7 – 5 = 2
Y′ = 5 – 2 = 3
Z′ = 2 – 3 = -2

مثال2 : أوجد الحركة الإنسحابية العكسية للنقطة (4 , 3 , 2) بعد تأثرها بإزاحة مقدارها (2 , 5 , 2) .

X′ = 2 – 2 = 0
Y′ = 3 – 5 = -2
Z′ = 4 – 2 = 2

- المحاضرة العاشرة و الأخيرة -

← الحركة الإنسحابية العكسية :

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -p.n \\ o_x & o_y & o_z & -p.o \\ a_x & a_y & a_z & -p.a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حيث أن :

$$p.n = p_x.n_x + p_y.n_y + p_z.n_z$$

$$p.o = p_x.o_x + p_y.o_y + p_z.o_z$$

$$p.a = p_x.a_x + p_y.a_y + p_z.a_z$$

مثال : إذا كان لدينا :

$$T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 4\\ 0 & -1 & -1 & 3\\ 0 & 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

الحل :

$$T^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -p.n\\ 0 & -1 & 1 & -p.o\\ 0 & 0 & -1 & -p.a\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

p.n = 4*1 + 3*0 + 2*0 = 4
p.o = 4*0 + (-1*3) + 1*2 = -1
p.a = 4*0+ (3*-1)+ (2*-1) = -2

إذا الناتج النهائي :

$$T^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -4\\ 0 & -1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

← قانون المصفوفة العكسية بالنسبه للدوران :

1. الدوران حول المحور Z :

$$T = \begin{bmatrix} cos\theta z & -sin\theta z & 0 & 0 \\ sin\theta z & cos\theta z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} cos\theta z & sin\theta z & 0 & 0 \\ -sin\theta z & cos\theta z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. الدوران حول المحور Y :

$$T = \begin{bmatrix} cos\theta y & 0 & -sin\theta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sin\theta y & 0 & cos\theta y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} cos\theta y & 0 & sin\theta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin\theta y & 0 & cos\theta y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. الدوران حول المحور X :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta x & -sin\theta x & 0 \\ 0 & sin\theta x & cos\theta x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta x & sin\theta x & 0 \\ 0 & -sin\theta x & cos\theta x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال : اوجد ناتج تأثر النقطة (5 , 2 , 3) بدوران حول المحور Z بزاوية مقدارها 90 درجة بالاتجاة السالب .

الحل:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta z & sin\theta z & 0 \\ -sin\theta z & cos\theta z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

النقاط الأصلية — مصفوفة الدوران العكسي T — النقاط الجديدة

لكي نفرق بين المعادلات السابقة ، و التي كانت بالاتجاه الموجب مع مصفوفات الاتجاه السالب سوف نستبدل الاشارات (و التي باللون الاحمر و الاخضر) ، و ايضاً نستبدل النقاط الاصليه بالنقاط الجديده بالشكل السابق .

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ملاحظة : قد تكون صيغة السؤال إما (بالاتجاه السالب) ، او (تحرك بشكل عكسي) ، او (اوجد النقطة الاصلية) .

مثال2- أوجد النقطة الأصلية للنقطة الجديدة إذا علمت أن النقطة (3 , -2 , 5) تأثرت بدوران حول المحور Z بزاوية مقدارها 45 درجة .

الحل: يوجد طريقتين للحل :-

الطريقة القديمة :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta z & -sin\theta z & 0 \\ sin\theta z & cos\theta z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & -0.7 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7X - 0.7Y \\ 0.7X + 0.7Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$0.7X - 0.7Y = 5$ ➔ 1
$0.7X + 0.7Y = -2$ ➔ 2
$Z = 3$

$$X = \frac{5+0.7Y}{0.7}$$ ➔ 3

➜ بتعويض المعادلة 3 في المعادلة 2 :

عملية الجمع و التي تساوي 1.4

$$0.7\left(\frac{5+0.7Y}{0.7}\right)+0.7Y = -2$$

نختصر

$$5 + 1.4Y = -2$$

$$1.4Y = -7$$

$$Y = \frac{-7}{1.4}$$

$$Y = -5$$

➜ و لايجاد قيمة X ، نعوض بقيمة Y في المعادلة رقم 3 :

$$X = \frac{5+0.7(-5)}{0.7} = \frac{5-3.5}{0.7}$$

$$X = 2.14$$

➜ اذاً النقطة الجديدة : (3 , -5 , 2.14) .

الطريقة الجديدة :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta z & \sin\theta z & 0 \\ -\sin\theta z & \cos\theta z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.7 & 0 \\ -0.7 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.5 - 1.4 \\ -3.5 - 1.4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1 \\ -4.9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

← اذاً النقطة الجديدة : (3 , -4.9 , 2.14)

و بالتقريب الناتج -4.9 الى 5 فإن الناتج سكون مشابه تماماً للناتج السابق .

- إنتهى و بحمد الله -